المعادلات التفاضلية Equations différentielles

I. تعريف :

كل معادلة يكون المجهول فيها دالة وتحتوي صيغته على هذه الدالة تسمى معادلة تفاضلية.

II. معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى :

المعادلة	مجموعة الحلول
$y'+ay=0$	$y(x)=\alpha e^{-ax} \quad (\alpha\in\mathbb{R})$
$y'+ay=b$	$y(x)=\alpha e^{-ax}-\frac{b}{a}$
$y'+ay=f(x)$	$y(x)$ = الحل العام +الحل الخاص

III. معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية :

✓ $y''+ay'+by=0$ لحل هده المعادلة نتبع المراحل التالية:

- المعادلة المميزة : $r^2+ar+b=0$
- نحسب المميز للمعادلة المميزة : $\Delta=a^2-4b$
- نميز بين 3 حالات حسب المميز

أ – اذا كان $\Delta\succ 0$. للمعادلة المميزة حلين r_1 و r_2. إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية
$y(x)=\alpha e^{r_1x}+\beta e^{r_2x} \quad (\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$

ب – اذا كان $\Delta=0$. للمعادلة المميزة حل وحيد مزدوج هو $r=-\frac{b}{2a}$. ادن الحل العام للمعادلة التفاضلية
$y(x)=(\alpha x+\beta)e^{rx}$ مع $(\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$

ج– اذا كان $\Delta\prec 0$ فللمعادلة المميزة حلين عقديين مترافقين هما : $r_1=p+iq$ و $r_2=p-iq$
اذن الحل العام للمعادلة التفاضلية : $y(x)=e^{p(x)}(\alpha\cos(qx)+\beta\sin(qx))$

- ***حالة خاصة*** : حل المعادلة التفاضلية $y''+\omega^2y=0$ هو $y(x)=\alpha\cos(\omega x)+\beta\sin(\omega x)$