الدوال اللوغاريتمية
Logarithmes

1. تعريف :

الدالة الأصلية للدالة : $x \to \frac{1}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$ التي تنعدم في 1 تسمى الدالة اللوغارتمية النبيرية ويرمز لها بالرمز $\ln$ أو $\log$

$$\ln(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x \succ 0 \\ (\ln(x))' = \frac{1}{x} \\ \ln(1) = 0 \end{cases}$$

2. خصائص:

لدينا : $\forall (x,y) \in \mathbb{R}_+^{*}$

$$\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$$
$$\ln(x) \succ \ln(y) \Leftrightarrow x \succ y$$
$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$
$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$
$$r \in \mathbb{Q} \quad \ln(x)^r = r\ln(x)$$

و $\ln(1) = 0$

3. المشتقة :

f قابلة للاشتقاق على مجال I بحيث : $f(x) \neq 0$

$$\forall x \in I \left[\ln(f(x))\right]' = \frac{f(x)'}{f(x)}$$

4. النهايات :

الدالة $\ln$ دالة متصلة وتزايدية على $]0;+\infty[$:

$$\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty ; \lim_{x \to 0^+} x\ln(x) = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{+\infty} \ln(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \to +1} \frac{\ln(x)}{x \to 1} = 1$$

5. الدالة اللوغاريتمية للأساس a

- ✓ لكل $a \in \mathbb{R}_+^{*} - \{1\}$ الدالة $\frac{\ln(x)}{\ln(a)}$ المعرفة على $]0;+\infty[$ تسمى دالة اللوغاريتم للأساس a ويرمز لها بالرمز $\log_a$
- ✓ إذا كان $a = e$ فان دالة اللوغاريتم للأساس e هي دالة اللوغاريتم النبيري .
- ✓ اذا كان $a = 10$ فان الدالة تسمى دالة اللوغاريتم العشري .
- جميع خصائص دالة اللوغاريتم النبيري تبقى صالحة لدالة اللوغاريتم للأساس a

$$\log_a(1) = 0 \quad ; \log_{a,}(a) = 1$$